$2^{éme}$ A-Science

Série N°:2

EXERCICE N°1 :

I/ Soit x un réel strictement positif tel que : $x+\frac{1}{x}=\frac{5}{2}$.

a- Développer $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ puis déduire la valeur de . $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$

b- Montrer que : $x^2+\frac{1}{x^2}=\frac{17}{4}$ puis déduire la valeur de ; $x^3+\frac{1}{x^3}$.

II/ a, b, c et d étant quatre réels distincts.

a- Montrer que : $(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$.

b- Ecrire le nombre : 61×113 sous la forme de somme de deux carrés.

EXERCICE N°2 :

I/ Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}$ et $\vec{v}=-\vec{i}-3\vec{j}$

1/ Montrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base.

2/ Exprimer $\vec{i}$ et $\vec{j}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$.

3/ Soit $\vec{w}=\vec{i}-2\vec{j}$, quelles sont les composantes du vecteur $\vec{w}$ dans la base $(\vec{u},\vec{v})$.

II/ Soit $\Re=(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère cartésien du plan.

1/ Placer les points : A(2,1) ; B(4,2) ; C(-2,-1) ; E(1,-3) et F(5,-1) dans $\Re$.

2/ Montrer que A, B et C sont alignés.

3/ Montrer que (BC) et (EF) sont parallèles.

III/ On donne un triangle ABC de centre de gravité G. Déterminer les coordonnés du point G dans chacun des repères suivants :

$\Re_1=(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ $\Re_2=(B,\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$ $\Re_3=(C,\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$.

EXERCICE N°3 :

Soit $\Re=(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient A(1,3) ; B(5,1) et $\overrightarrow{CA}=\vec{i}+7\vec{j}$

❶ Déterminer les coordonnés du point C dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

❷ a- Donner les composantes de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans la base $(\vec{i},\vec{j})$.

b- Déduire que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est une base.

❸ Déterminer dans $\Re$ les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

❹ Déterminer dans $\Re$ les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

❺ Montrer que ABC est un triangle isocèle.

❻ Soit $E(m^2,m+1)$, $m\in IR$. Pour quelles valeurs de m le triangle BAE est rectangle en A.

EXERCICE N°4 :

Soit $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient les points A(2,-1) et B(1,2).

❶ On pose : $\vec{u} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ et $\vec{v} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$

a- Déterminer dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b- Montrer que : $(\vec{u}, \vec{v})$ est une base de l'ensemble des vecteurs.

❷ a- Prouver que OAB est un triangle isocèle et rectangle.

b- Déterminer les coordonnées du point C tel que OACB est un carré.

EXERCICE N°5 :

I/ Soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$. Montrer que : $(o, \vec{u}, \vec{v})$ est un repère orthonormé du plan.

II/ Soit $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points A(2,4) ; B(5,1/2) et M(x,0).

a- Trouver x pour que : $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BM}$.

b- Trouver x pour que : $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM}$

III/ Soit $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ et Soient les points A(2,3) ; B(5,0) ; C(2,-3) et D(-1,0).

a- Montrer que : (AC) $\perp$ (BD).

b- Montrer que ABCD est un losange.

EXERCICE N°6 :

Soit $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et soient A(2,3) ; B(-2,1) et C(3,-2).

❶ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

❷ Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

❸ Soit E un point de coordonnées (x, y) et soit le vecteur : $\vec{u} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}$

a- Exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction des nombres x et y.

b- Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC.

❹ Soit F(a, a-3)

a- Déterminer a pour que le triangle ACF soit rectangle en A.

b- Calculer l'aire du triangle ACF pour la valeur de a trouvée.

❺ On prend <u>a = 7</u>, déterminer les coordonnées du point F dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$